

# 数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、4 ページにわたって印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むはいけません。
- 4 計算が必要なときは、この問題用紙の余白を利用しなさい。
- 5 答えは全て解答用紙に明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 6 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中は最も小さい整数にしなさい。
- 7 答えに分数が含まれるときは、それ以上約分できない形で表しなさい。
- 8 答えを直すときは、きれいに消してから、新しい答えを書きなさい。
- 9 受験番号を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕  $-6^2 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3 - (-5)^2 \times \frac{4}{15}$  を計算せよ。

〔問2〕  $(\sqrt{8} + \sqrt{3})^2 - \frac{24}{\sqrt{6}}$  を計算せよ。

〔問3〕 連立方程式 
$$\begin{cases} x + 2y - \frac{x+7y}{6} = 10 \\ -3x + y = -8 \end{cases}$$
 を解け。

〔問4〕 二次方程式  $(2x-1)(2x+5) = 4x+19$  を解け。

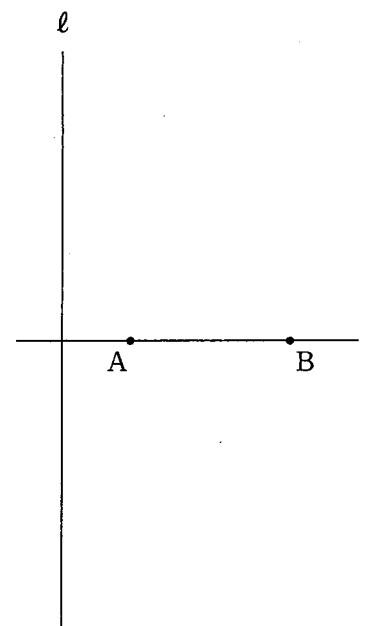
〔問5〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を  $a$ 、小さいさいころの出た目の数を  $b$  とするとき、  
等式  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$  が成り立つ確率を求めよ。

ただし、大小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも  
同様に確からしいものとする。

〔問6〕 右の図で、直線  $l$  は、2点  $A$ 、 $B$  を通る直線と垂直に  
交わっている。

解答欄に示した図をもとにして、2点  $A$ 、 $B$  を通り、  
直線  $l$  に接する円を、定規とコンパスを用いて1つ作図せよ。  
また、円の中心を  $O$  として、その位置を示す文字  $O$  も書け。  
ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



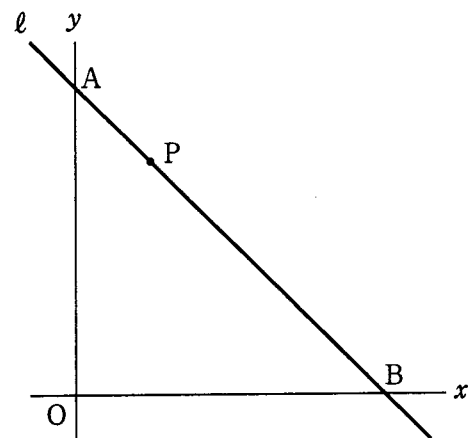
2 右の図1で、点Oは原点、直線 $l$ は一次関数  $y = -x + 8$  のグラフを表している。

直線 $l$ と $y$ 軸との交点をA、直線 $l$ と $x$ 軸との交点をBとする。

線分AB上にあり、点A、点Bのいずれにも一致しない点をPとする。

次の各問に答えよ。

図1



[問1] 図1において、点Pを通る関数  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) のグラフをかき加えた場合を考える。

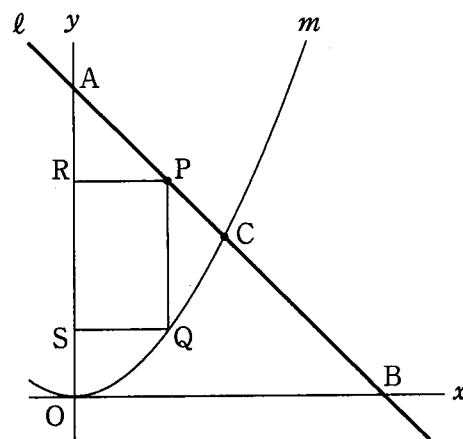
点Pの $x$ 座標が2のとき、 $a$ の値を求めよ。

[問2] 図1において、点Pの $x$ 座標が6のとき、点Pを通り、 $\triangle OAB$ の面積を2等分する直線の式を求めよ。

[問3] 右の図2は、図1において、次の①、②、③を満たす場合を表している。

- ① 直線 $l$ 上にあり、 $x$ 座標が4である点をCとし、点Cを通る関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフを $m$ とする。
- ② 点Pは線分AC上にあり、点A、点Cのいずれにも一致しない点とする。
- ③ 点Pを通り $y$ 軸に平行な直線を引き曲線 $m$ との交点をQ、点Pを通り $x$ 軸に平行な直線を引き $y$ 軸との交点をR、点Qを通り $x$ 軸に平行な直線を引き $y$ 軸との交点をSとする。

図2



長方形 PRSQ が正方形になるとき、点Pの $x$ 座標を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

3

右の図1は、点Oを中心とし、半径を線分OAとする、中心角 $90^\circ$ のおうぎ形OABである。

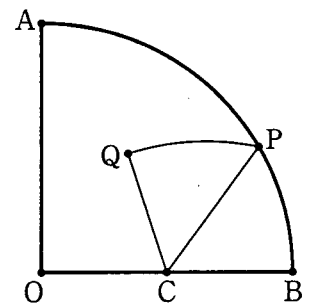
線分OBの中点をC、 $\widehat{AB}$ 上にある点をPとし、点Cと点Pを結ぶ。

ただし、 $\angle BCP$ は鋭角とする。

線分CBと線分CPと $\widehat{PB}$ とで囲まれた図形を、直線CPを対称の軸として対称移動させたとき、点Bと線対称な点をQとする。

次の各問に答えよ。

図1

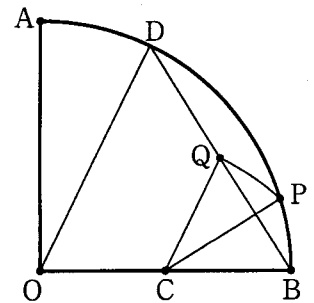


[問1] 右の図2は、図1において、 $\angle BCP = 32^\circ$ のとき、

点Bと点Qを結び、線分BQをQの方向に延ばした直線と、 $\widehat{AB}$ との交点をDとし、点Oと点Dを結んだ場合を表している。

$\angle ODB$ の大きさは何度か。

図2

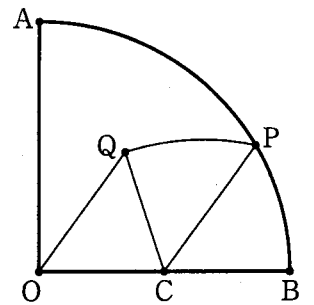


[問2] 右の図3は、図1において、点Oと点Qを結んだ場合を表している。

$OQ \parallel CP$ であることを証明せよ。

ただし、証明の中で根拠となることがらを書くとき、単に「仮定より」とするのではなく、具体的に書け。

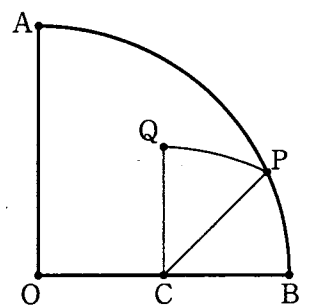
図3



[問3] 右の図4は、図1において、 $\angle BCP = 45^\circ$ の場合を表している。

$OA = 4 \text{ cm}$ のとき、線分CPの長さは何cmか。

図4



4 右の図1に示した立体O-ABCDは、  
 底面が1辺の長さ6 cmの正方形で、  
 $OA = OB = OC = OD = 6$  cmの  
 正四角すいである。

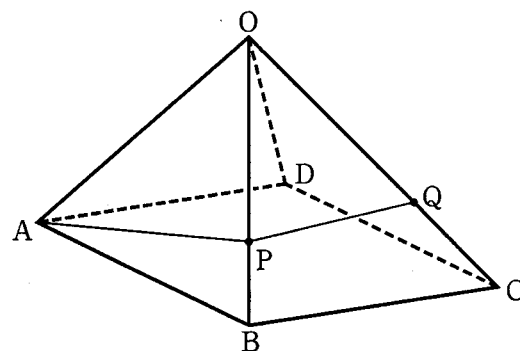
点Pは、辺OB上にある点で、頂点O、頂点Bの  
 いずれにも一致しない。

点Qは、辺OC上にある点で、頂点O、頂点Cの  
 いずれにも一致しない。

頂点Aと点P、点Pと点Qをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



[問1] 図1において、 $OQ = 4$  cm、 $AP + PQ = k$  cmとしたとき、

$k$ の値が最も小さくなる場合を考える。

次の①、②に答えよ。

①  $k$ の値を求めよ。

②  $\triangle OPQ$ の面積は何 $\text{cm}^2$ か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、

図や途中の式、計算などもかけ。

[問2] 右の図2は、図1において、 $OQ = 3$  cmのとき、

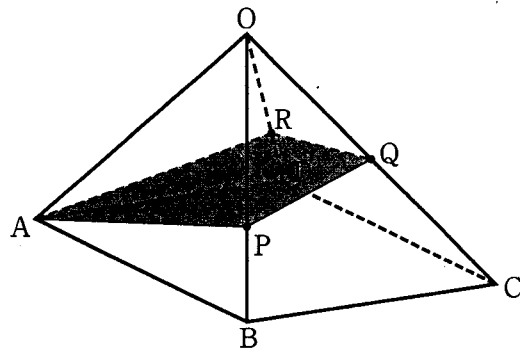
辺OD上にあり $OP = OR$ となる点をRとし、

頂点Aと点Pおよび点Rの3点を通る平面が  
 点Qを通る場合を表している。

頂点Aと点R、点Qと点Rをそれぞれ結ぶ。

四角すいO-APQRの体積は何 $\text{cm}^3$ か。

図2



[問1]	4	6
[問2]	11	6
[問3]	$x = 5, y = 7$	6
[問4]	-3, 2	6
[問5]	$\frac{1}{12}$	6
[問6]	【作図】	7

1

37

[問1]	$a = \frac{3}{2}$	6
[問2]	$y = -\frac{1}{9}x + \frac{8}{3}$	6
[問3]	【途中の式や計算など】	9

2

点Pのx座標を  $t$  ( $0 < t < 4$ ) とおくと、  
 $P(t, -t + 8), Q(t, \frac{1}{4}t^2)$  だから、  
 線分PQの長さは、 $-t + 8 - \frac{1}{4}t^2$  である。  
 $PQ = PR$  より、 $-t + 8 - \frac{1}{4}t^2 = t$

整理して、 $t^2 + 8t - 32 = 0$   
 $t$  についての二次方程式を解くと、  
 $t = -4 \pm 4\sqrt{3}$

$0 < t < 4$  より、  
 点Pのx座標は、 $-4 + 4\sqrt{3}$  図

(答え)  $-4 + 4\sqrt{3}$

21

[問1]	58 度	6
[問2]	【証明】	9

3

点Cは線分OBの中点で、対称な図形の対応する辺だから、 $CO = CB = CQ$  となり、 $\triangle COQ$  は  $CO = CQ$  の二等辺三角形である。  
 よって、 $\angle COQ = \angle CQO$  となり、  
 $\angle COQ + \angle CQO = 2\angle COQ$  ……①

$\angle BCP$  と  $\angle QCP$  は対称な図形の対応する角より、  
 $\angle BCQ = 2\angle BCP$  ……②

$\triangle COQ$  で、 $\angle BCQ$  は  $\angle OCQ$  の外角より、  
 $\angle COQ + \angle CQO = \angle BCQ$  ……③

①, ②, ③より、 $2\angle COQ = 2\angle BCP$   
 すなわち、 $\angle COQ = \angle BCP$

したがって、同位角が等しいので、  
 $OQ \parallel CP$  図

[問3]	$(\sqrt{14} - \sqrt{2})$ cm	6
------	-----------------------------	---

21

[問1]	① $k = 2\sqrt{19}$	6
[問1]	② 【図や途中の式, 計算など】	9

4

上図は四角すいの展開図の一部で、この四角形は、ひし形である。  
 3点A, P, Qがこの順で同じ直線上にあり、点Aから直線OCに垂線を引き、OCとの交点をHとする。  
 $\triangle OAB$  は正三角形なので、  
 $OH = 3, OH : AH = 1 : \sqrt{3}$  より、  
 $AH = 3\sqrt{3}$   
 よって、 $\triangle OAQ = \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>  
 $OQ \parallel AB$  より、 $QP : PA = OQ : AB = 2 : 3$   
 したがって、 $\triangle OPQ = \frac{2}{5} \triangle OAQ$   
 $= \frac{2}{5} \times 6\sqrt{3} = \frac{12\sqrt{3}}{5}$  cm<sup>2</sup> 図

(答え)  $\frac{12\sqrt{3}}{5}$  cm<sup>2</sup>

[問2]	$12\sqrt{2}$ cm <sup>3</sup>	6
------	------------------------------	---

21

受 検 番 号

---

合計得点